KIMYO INTERNATIONAL UNIVERSITY IN
CENTRAL ASIAN JOURNAL OF STEM
ISSN 2181-2934 http://stem.kiut.uz/

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТОРИКИ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ

Хидирова М.Б.[1, а)]***, Юсупов С.С.***[2, б)]

[1)]*Д.т.н., Профессор, кафедры «Энергетики и прикладных наук» Ташкентский международный университет Кимё*

[2)]*PhD., доцент, кафедры «Технология машиностроения» Ташкентский международный университет Кимё*

Электронная почта автора

[а)]e-mail: m.hidirova@kiut.uz

[б)]e-mail: yusupovsarvarbek.1983@gmail.com

Аннотация. Рассмотрен вопрос разработки модели регуляторики транспортных потоков для исследования вопросов самоорганизации, саморегуляции и адаптации регулятора для достижения устойчивого функционирования сети на основе взаимосопряженных регуляторных связей. Результаты могут быть полезны в процессе синтеза интеллектуальных регуляторов транспортных потоков для координации движения во взаимосвязанных частях городских дорожных сооружений в условиях быстрорастущего количества транспорта.

Ключевые слова: транспортного поток, имитация, макроскопическом уровне, микроскопическом уровне, транспортного трафика, интеллектуальных регулятор, умный город, осциллятор-регулятор, коллапсу системы, черная дыра.

Аннотация. Ўзаро боғланган тартибга солувчи алоқалар асосида тармоқнинг барқарор ишлашига эришиш учун регуляторнинг ўзини-ўзи ташкил этиш, ўзини-ўзи бошқариш ва мослаштириш масалаларини ўрганиш учун транспорт оқимларини тартибга солиш моделини ишлаб чиқиш масаласи кўриб чиқилади. Натижалар автотранспорт воситалари сони тез суръатлар билан ўсиб бораётган шароитда шаҳар йўл иншоотларининг ўзаро боғланган қисмларида ҳаракатни мувофиқлаштириш учун ақлли транспорт оқими бошқарувчиларини синтез қилиш жараёнида фойдали бўлиши мумкин.

Калит сўзлар: транспорт оқими, симуляция, макроскопик даража, микроскопик даража, транспорт ҳаракати, ақлли регулятор, ақлли шаҳар, осциллятор-регулятор, тизимнинг қулаши, қора туйнук.

Annotation. The issue of developing a model for the regulation of transport flows is considered to study the issues of self-organization, self-regulation, and adaptation of the regulator to achieve sustainable functioning of the network based on interconnected regulatory connections. The results can be useful in the process of synthesizing intelligent traffic flow controllers to coordinate traffic in interconnected parts of urban road structures in conditions of a rapidly growing number of vehicles.

Keywords: transport flow, simulation, macroscopic level, microscopic level, transport traffic, intelligent regulator, smart city, oscillator-regulator, system collapse, black hole.

Введение. Повышение качества дорожного движения все еще остается актуальной и нерешенной проблемой в мире. В мире разрабатывается множество моделей транспортного потока с имитацией поведения человека, управляющего автомобилем, так и беспилотного транспорта. Математическое моделирование транспортных потоков осуществляется на макроскопическом уровне (кинетические методы газодинамической теории для разреженных потоков, модель Лайтхилла - Уитама - Ричардса, Модель Пейна с диффузионными поправками, модели Аба - Раскла и Цзана), микроскопическом уровне (теория клеточных автоматов, модель Павери - Фонтана, стохастическая модель транспортных потоков Нагеля-Шрекенберга) [1-10]. Несмотря на огромные успехи, достигнутые в вопросах регулирования транспортного трафика, все еще не решен вопрос синтеза интеллектуальных регуляторов потоков во взаимосвязанных частях городских дорожных сооружений в условиях быстрорастущего количества транспорта. Также исследователи признают, что транспортная сеть является сложной хаотической системой и предсказать в точности загрузку, возникновение заторов невозможно. В свете этих проблем еще более актуальным становится вопрос разработки интеллектуальных регуляторов с эффективными системами обработки сигнала (ассоциация, индукция, дедукция, анализ, синтез, обобщение, конкретизация) и режимами самоорганизации, саморегуляции и адаптации.

Методы и результаты. Применение математического моделирования и нелинейных методов представляют собой потенциально многообещающие средства для *проблемного анализа транспортного потока, разработки программных комплексов для анализа и синтеза регуляторов потоков во взаимосвязанных частях городских дорожных сооружений в условиях быстрорастущего количества транспорта. Функционирование регуляторных механизмов сложных, взаимосвязанных систем, для краткости, обозначены термином «регуляторика» [11]. По определению Б.Н. Хидирова – Регуляторикой в широком смысле этого слова называется наука, посвящённая решению любых задач, связанных с изучением регуляторных механизмов материи. Теоретическая регуляторика представляет собой* *часть регуляторики, в которой изучаются общие законы и регуляторные механизмы. Б.Н. Хидировым были разработаны методы количественных исследований сложных регуляторных систем, позволяющих с единой позиции рассматривать широкий круг явлений*, объединенных наличием регуляторной системы, среды регуляции, конкуренции, кооперации и комбинированной обратной связи [10]. Было введено понятие ***ORASTA***, состоящее из *осциллятора-регулятора* (***OR***), способного принимать, перерабатывать и передавать сигналы определенной природы, и активной среды с временной постоянной (*active system* with *time averadge* – ***ASTA***), позволяющей осуществлять петлю обратной связи в системе за конечное время.

Одна из основных идей при математическом моделировании регуляторики транспортных потоков заключается в центральном регулировании потоками транспорта на основе мультиосцилляторной ***ORASTA*** (рис. 1).

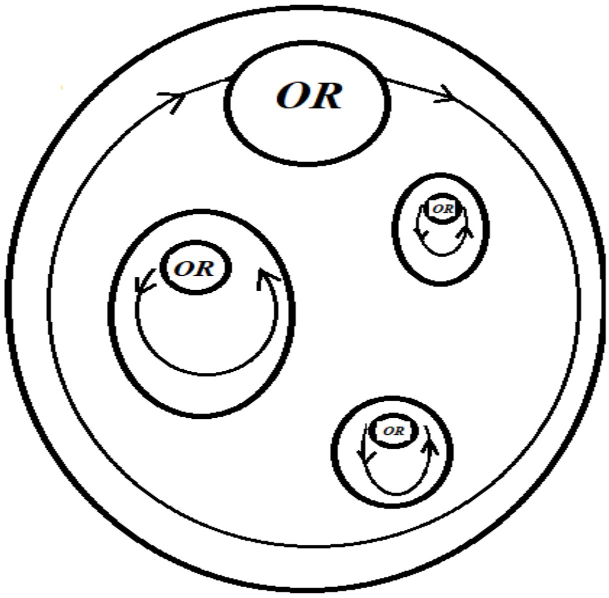

Рис. 1. Схема мультиосцилляторной ***ORASTA***

Поскольку функционально-дифференциальные уравнения позволяют учитывать временные взаимоотношения в системе регуляции, использование их для моделирования транспортных потоков является наиболее оправданным и актуальным.

Рассмотрим следующую постановку задачи по математическому моделированию регуляторики транспортных потоков. Пусть в некотором ограниченном объеме («умный город») существует N взаимосвязанных элементов – регуляторов (например, «умные светофоры»), способных к восприятию, переработке и синтезу сигналов определенной природы. И пусть взаимосвязь между регуляторами осуществляется посредством указанных сигналов со средним временем прохождения петли обратной связи h (т.е. временем, прошедшим с момента образования сигналов до момента воздействия их (или их продуктов) на активность регуляторов). Требуется проведение анализа наиболее простейших закономерностей возникновения и развития аномалий в функционировании транспортного потока. В такой постановке задачи положение регуляторов в пространстве в общем случае не фиксировано.

Пусть $X_1(t)$ – величина безразмерная, характеризующая активность регулятора в момент времени t $(1 \leq n, n \leq N)$. Пусть $X_2(t)$ – величина безразмерная, характеризующая активность транспортного потока в момент времени t $(1 \leq n, n \leq N)$. Регулятор оперирует сигналами, передающими информацию об изменениях транспортного потока со сложными временными взаимоотношениями. *Осциллятор-регулятор* ***(OR)*** способен принимать, обрабатывать и передавать информационные сигналы. Здесь наиболее важным и детально не изученным является вопрос регуляторных механизмов обработки сигнала (ассоциация, индукция, дедукция, анализ, синтез, обобщение, конкретизация). Для исследования вопросов самоорганизации, саморегуляции и адаптации регулятора для достижения устойчивого функционирования транспортного потока необходимо исследование взаимосопряженных регуляторных связей. Уравнения взаимосопряженного функционирования регулятора и транспортного потока имеют следующий вид функционально-дифференциальных уравнений с запаздыванием:

$$\frac{\theta_1}{h}\frac{dX_1(t)}{dt} = a_1 X_1^2(t-1)e^{-X_1(t-1)-X_2(t-1)} - X_1(t)$$
$$\frac{\theta_2}{h}\frac{dX_2(t)}{dt} = a_2 X_2(t-1)e^{-X_1(t-1)-X_2(t-1)} - X_2(t) \qquad (1)$$

Рассмотрим качественный анализ системы (1). Применение теоремы А.Н. Тихонова приводит к порождающему уравнению

$$\frac{\theta_1}{h}\frac{dY_1(t)}{dt} = a_1 Y_1^2 e^{-Y_1-Y_2^*} - Y_1(t) \qquad (2)$$

и алгебраическому уравнению для определения Y_2^*

$$a_2(Y_2^*)^2 e^{-Y_1-Y_2^*} - Y_2^* = 0$$

исследование которых намного проще, чем в случае (1). Вследствие того, что $\theta_1 << h$, мы можем провести дальнейшее упрощение (2). Для предварительных качественных исследований можем пользоваться порождающим уравнением

$$a_1 Y_1^2 e^{-Y_1-Y_1^*} - Y_1 = 0$$

Таким образом, последовательные упрощения приводят к порождающим уравнениям вида:

$$\frac{\theta_1}{h}\frac{dY_1}{dt} = aY_1^2 e^{-Y_1} - Y_1$$
$$a_1 Y_1^2 e^{-Y_1} - Y_1 = 0$$

где: $a = a_1 e^{-Y_1^*}$.

Полный их качественный анализ облегчает исследование поведения решений функциональных аналогов.

$$\frac{\theta_1}{h}\frac{dY_1(t)}{dt} = aY_1^2 e^{-Y_1(t-1)} - Y_1(t) \qquad (3)$$

$$Y_1(t) = a_1 Y_1^2(t-1)e^{-Y_1(t-1)} \qquad (4)$$

Напишем (4) в виде

$$Y_1(t) = f(Y_1(t-1)) \qquad (5)$$

Уравнение (4) удобно исследовать на основе анализа поведения ее решений с помощью графических построений. Видно, что точки *0* и *B* являются глобально устойчивыми положениями равновесия, а точка *A* – неустойчивым положением равновесия (рис. 1).

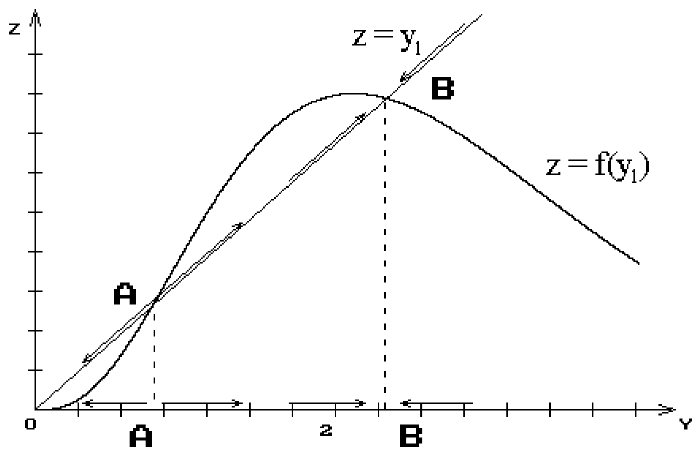

Рис.1. Анализ поведения решений (2)

Линеаризация (3) около положения равновесия приводит к следующему характеристическому уравнению

$$\left(\lambda + \frac{h}{\theta_1}\right) e^{\lambda} + \frac{h}{\theta_1}(\xi - 2) = 0$$

Применение условий Хейса показывает, наряду с неустойчивостью *A* и устойчивостью *O*, сложный характер критической точки *B*. Для устойчивости *B* должно иметь место

$$\frac{h}{\theta_1}(\xi - 2) < \eta \sin \eta - \frac{h}{\theta_1} \cos \eta \qquad (6)$$

где: η – корень уравнения. $\eta = -\frac{h}{\theta_1} tg\eta$, $0<\eta<\pi$.

(6) можно написать в виде

$$\xi < 2 + \frac{\theta_1}{h} \eta \sin \eta - \cos \eta \qquad (7)$$

Поскольку $\theta_1 << h$, то $\eta \sim \pi$ и условие устойчивости нарушается для ξ больших ξ^*, где $\xi^* > 2$. В этом случае около *B* возникают колебания. Анализ этих колебаний показывает, что они носят сложный характер. Регулярные колебания могут характеризовать нормальное гармоничное функционирование системы «регуляторы – транспортный поток».

Пусть $\xi > \xi^*$. Наряду с (5) можно рассмотреть, для качественных исследований, его дискретный аналог

$$y_k = f(y_{k-1}) \qquad (8)$$

где: $f(\xi) = a\, \xi^2 e^{-\xi}$.

На основе (8) мы можем провести анализ характера колебаний вокруг *B*. Для этих целей удобно пользоваться диаграммой Кенингса-Ламерея, при котором последовательные значения решений изображаются в виде последовательных горизонтальных и вертикальных линий (рис. 2). Пусть имеем начальное значение y_0.

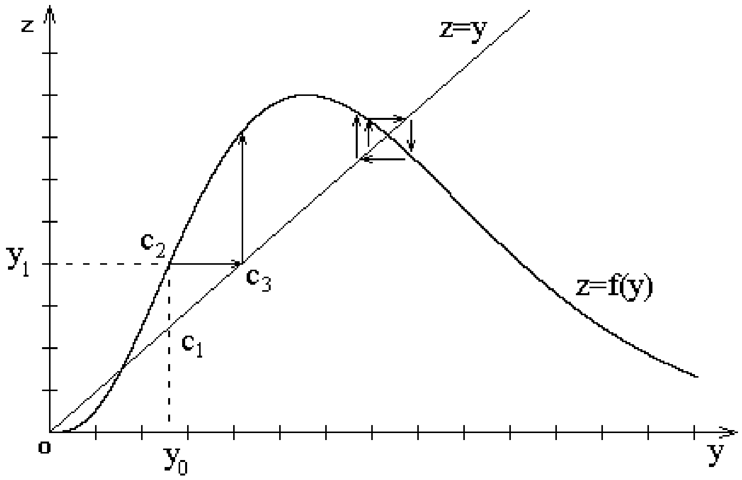

Рис. 2. Построение диаграммы Кенингса-Ламерея

Обозначим y_0 на кривой $z = y(c_1)$. Построение y_1 означает вычисление $f(y_0)$, значение которой соответствует точке пересечений вертикали $y = y_0$ с кривой $z = f(y)$. Соединим y_0 с данной точкой пересечения c_2. Теперь $f(y_0)$ обозначим через y_1 и найдем на прямой $z = y$ соответствующую ей точку. Для этого необходимо из точки c_2 провести горизонтальную линию до пересечения ее с прямой $z = y$, т.е. до точки c_3 на рис. 2. Теперь из точки c_3 надо провести вертикальную линию до кривой $z = f(y)$ и т.д. Данный метод очень удобен для анализа характера устойчивости положений равновесия при различных углах кривых $z = y$ и $z = f(y)$. Перейдем к анализу существования периодических решений (7) около B. Если неустойчивость B приводит к возникновению предельного цикла с единичным периодом, то, построив диаграмму Ламерея видим, что должно иметь место $y^* = f(f(y^*))$.

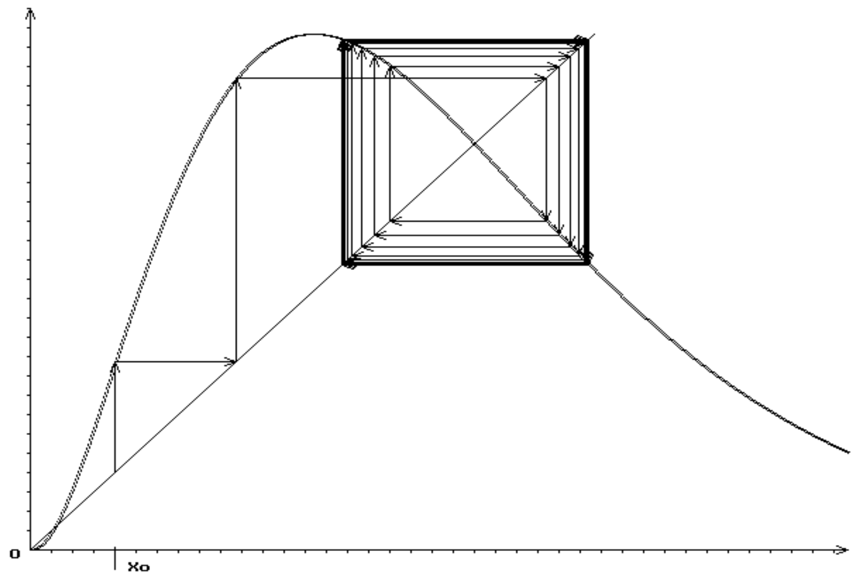

Рис. 3. Существование предельного цикла у (8) с единичным периодом

Имеем

$$Y^* = a\left(a(Y^*)^2 e^{-Y^*}\right)^2 e^{-a(Y^*)^2 e^{-Y^*}}$$

или

$$a^3 (Y^*)^3 e^{-2Y^* - a(Y^*)^2 e^{-Y^*}} = 1 \tag{9}$$

Следовательно, можно написать

$$a(Y^*)^2 e^{-Y^*} = 3\ln aY^* - 2Y^* \tag{10}$$

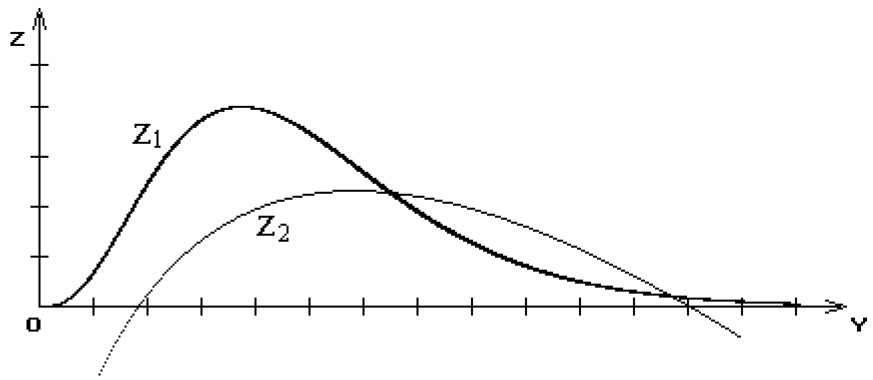

Рис. 4. Существование общих точек кривых $z_1 z_2$

$$Z_1 = a\left(Y^*\right)^2 e^{-Y^*}\ ; \quad Z_2 = 3\ln aY^* - 2Y^* \tag{11}$$

Для определения Y_1^* вычислим z_2'

$$z_2' = 3/Y^* - 2.$$

Следовательно $Y_1^* = 3/2$.

Для существования интересующих нас периодических решений надо

$$\frac{9a}{4} e^{-\frac{3}{2}} < 3\ln\frac{3a}{2} - 3$$

или

$$\frac{3a}{4} e^{-\frac{3}{2}} < \ln\frac{3a}{2} - 1 \tag{12}$$

что приводит к следующему условию существования единичных периодических решений

$$a_1 < a < a_2 \tag{13}$$

где: $a_1 > \frac{2e}{3}$ (рис. 5).

Вычисления приводят к $\frac{4}{3}e^2 < a_2 < 2e^2$.

Дальнейшее увеличение a ($a > a_2$) приводит к появлению цикла с удвоенным периодом и хаосу (рис. 6). Хаотические колебания согласуются с явлением хаотических заторов в транспортном потоке.

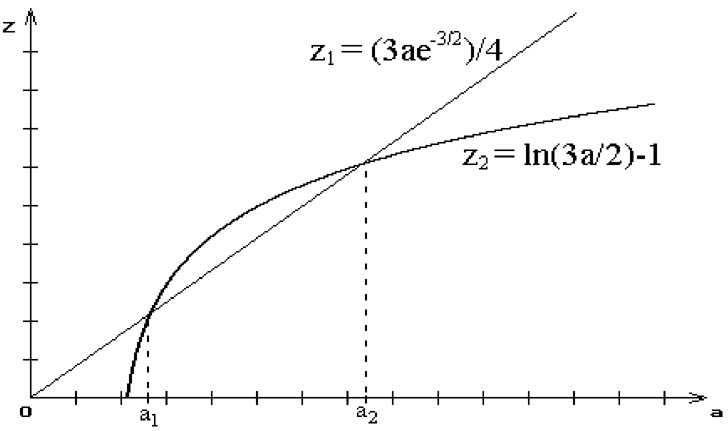

Рис. 5. Существование значений *a*, удовлетворяющих (12)

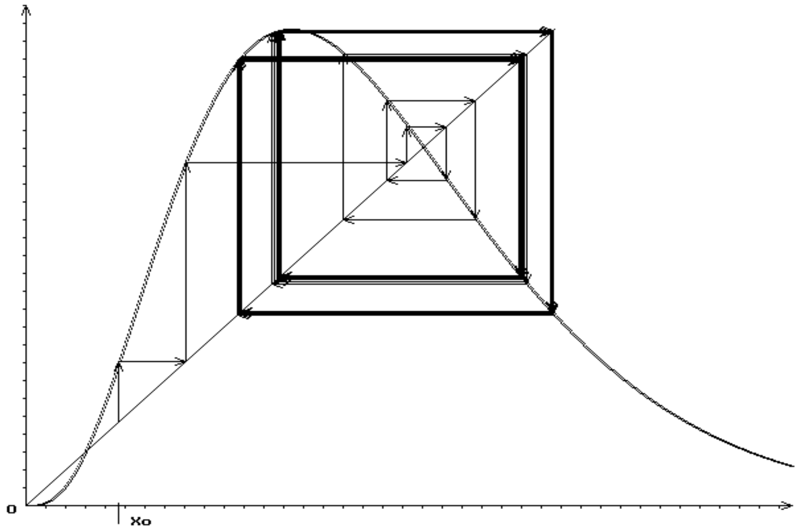

Рис. 6. Существование циклов с удвоенным периодом уравнения (8)

Качественный анализ решений уравнения (3) показывает, что, помимо перечисленных свойств точки *B*, существует эффект «черной дыры», т.е. срыв колебаний, что соответствует коллапсу системы «регуляторы – транспортный поток».

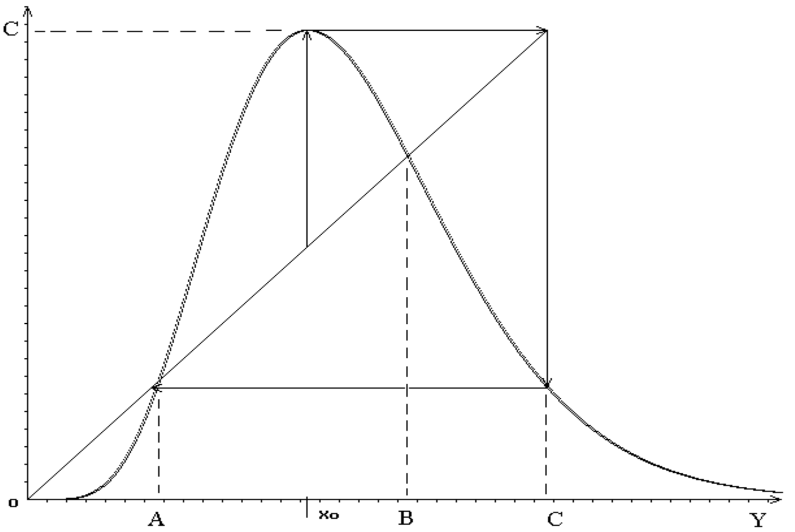

Рис. 7. Условие существования эффекта «черной дыры» у уравнения (8)

Условием возникновения эффекта «черной дыры» является появление возможности ухода решений из зоны $[A,C]$. Из рис. (8) видно, что для этого необходимо

$$f(c) < A \tag{14}$$

Имеем

$$\max_{y>0} f(y) = c,$$

$$\max_{y>0} f(y) = f(y)\Big|_{y^*}$$

где: $f'(y^*)=0$.

Так как

$$f'(y) = ay(2-y)e^{-y}, \quad \text{то} \quad y^* = 2$$

следовательно,

$$c = \max_{y>0} f(y) = 4ae^{-2}$$

и условие возникновения «черной дыры» есть

$$a(4ae^{-2})^2 e^{-4ae^{-2}} < A$$

или

$$16a^3 e^{-4(1+ae^{-2})} < A \tag{15}$$

Таким образом, рассмотренные уравнения взаимосопряженного функционирования регулятора и транспортного потока позволяют моделировать процессы самоорганизации, саморегуляции и адаптации интеллектуального регулятора для достижения устойчивого функционирования транспортного потока. Данные результаты могут быть полезны в процессе синтеза интеллектуальных регуляторов транспортных потоков для координации движения во взаимосвязанных частях городских дорожных сооружений в условиях быстрорастущего количества транспорта.

Заключение. Применение методов математического моделирования и средств вычислительного эксперимента на основе метода регуляторики и выделения системы ORASTA позволяет разработать объективную, оперативную, экологически чистую и ресурсосберегающую информационную технологию количественного анализа характерных сторон функционирования транспортных потоков, выявлением эффективных точек воздействия в системе регуляторных механизмов и разработкой путей оптимального регулирования поведением транспортной сети с целью достижения заранее заданных режимов ее функционирования. Для определения состояния системы в области аномалий могут быть использованы методы построения фазовых портретов и рельефа областей аномалий параметрического портрета, вычисления энтропии Колмогорова, показателя Ляпунова, Хаусдорфовой и высших размерностей. Для оценки эффективности разрабатываемых уравнений могут быть использованы методы качественного анализа характерных решений дифференциальных, дифференциально-разностных уравнений, методы построения фазовых и параметрических портретов, определения расположения и динамики истоков (α множества) и стоков (ω множества) автомобилей, инвариантов дифференциальных уравнений при изменении значений их основных параметров. Для эффективного визуального анализа хода решений соответствующих модельных систем использована методика построения диаграмм Ламерея. Построение характерных фазовых портретов и областей параметрического портрета позволяет определять однородные классы решений, закономерности эволюции заторов при изменении значений характерных параметров и выявлять потенциальные возможности уравнений транспортных потоков в целом. Для оценки: устойчивости решений, существования колебательных решений, возникновения странного аттрактора и нерегулярных колебаний использованы методы бифуркационного и фрактального анализа, а также методы обнаружения эффекта «черная дыра» – срыва решений к тривиальному аттрактору. Следует отметить особую важность определения механизмов «черная дыра», идентифицирующихся с явлением коллапса транспортного потока.

Список литературы

1. Субботин Б. С. и др. Теоретические и концептуальные представления о взаимодействии человека с системами искусственного интеллекта в транспортной экосистеме. Москва: Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ); 2021. 146 с.
2. Gora P., Katrakazas C., Drabicki A., Islam F., Ostaszewski P. Microscopic Traffic Simulation Models for Connected and Automated Vehicles (CAVs) – State-of-the-art. Procedia Computer Science. 2020; 170:474–481.
3. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: учеб. Пособие / Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А., Холодов Я.А., Шамрай Н.Б.; Приложения: Бланк М.Л., Гасникова Е.В., Замятин А.А. и Малышев В.А., Колесников А.В., Райгородский А.М; Под ред. А.В. Гасникова. — М.: МФТИ, 2010. — 362 с.
4. Бобровская О. П., Гавриленко Т. В. Проблемы моделирования смешанного транспортного потока. Успехи кибернетики. 2023;4(3):39–46. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-3-04.
5. Тлеби Г., Курманходжаев Д. Прогнозирование потока транспортных средств на основе оффлайнобученной искусственной нейронной сети.Вестник Казахстанско-Британского технического университета.2019;16(2):170–174.
6. Артемов А.Ю., Дорохин С.В. Моделирование транспортных потоков: аналитический обзор / Отв. редактор В.А. Зеликов // Технология транспортных процессов - настоящее и будущее: Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Воронеж: Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова. - 2021. – С. 20-26.
7. Митюгин В.А., Фролов Н.А. Развитие теорий моделирования транспортных потоков // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2015. – №6-1. – С. 68-76.

8. Trapeznikova MA, Furmanov IR, Churbanova NG, etc. Modeling of multi-lane vehicle traffic based on the theory of cellular automata. Mathematical modeling. 2011; 23(6): 133–146.
9. Treiber M, Kesting A. Traffic flow dynamics. Data, models and simulation. Berlin-Heidelberg: Springer; 2013. 503 p.
10. Yusupov S. S. Synergetic Properties of the Interaction of the Vehicle with the Element of Road Infrastructure in Urban Driving Modes //Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies. – 2022. – T. 15. – №. 5. – C. 593-608.
11. Hidirov B.N. Selected Works on Mathematical Modeling of The Regulators of Living Systems. Moscow - Izhevsk, 2014, 304 p.