KIMYO INTERNATIONAL UNIVERSITY IN
CENTRAL ASIAN JOURNAL OF STEM
ISSN 2181-2934 http://stem.kiut.uz/

P-to‘lqinli o‘tkazuvchan ochiq halqadagi nol energiyali majorana rejimlari

S.M. Usanov [1,a)], SH.M. Usanov [2,b)]
[1]*Kimyo International University in Tashkent, Uzbekistan*
[2]*Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Enginees, National Research University*
Author emails
[a)] *e-mail: usanovsulton@gmail.com*
[b)]*e-mail: usanovsheroz2001@gmail.com*

Annotatsiya: Ma’lum bir qiymatda sozlangan magnit oqim Φ tomonidan hosil qilingan, tartibsiz chekli uzunlikdagi p-to‘lqinli bir o‘lchovli o‘ta o‘tkazuvchan halqada nol energiyali Majorana rejimlarining paydo bo‘lishini muhokama qilamiz. Majorana rejimlarining paydo bo‘lishini ko‘rib chiqamiz. Cheklangan uzunlikdagi uzilgan halqada magnit oqimi Φ ni Majorana rejimlarini Kitaev nazariyalariga asoslangan holda tahlil qilamiz.
Kalit so‘zlar: Majorana fermionlari, uzilgan halqa, energiya, halqa, to‘lqin funksiya

Kirish

Kitaev Gamiltonianning qo‘zg‘alish spektrini tenglamada ko‘rib chiqamiz va beriladidan tenglamalarga e’tibor qaratsak ℓ uzunlikdagi halqa, qismlarini mos qiymatlarda ochiq zanjirda o‘rganamiz. Buning uchun Majorana fermionlari, to‘lqinlar, zarrachalar o‘zlariga to‘g‘ri keladigan antizarralar 1937-yilda Majorana tomonidan taklif qilingan [1] maqolani o‘rganib chiqishimiz kerak. Shu bilan birga, hozirgacha ular zarrachalar fizikasida hech qachon aniqlanmagan Kitaevning taklifidan keyin so‘nggi yillarda tajriba Majorana fermionlari nol energiyali haqiqiy fermion kabi ko‘rinishi mumkin, interfeysda lokalizatsiya qilingan rejimlar [“Majorana modes” (MMs)] p-to‘lqinli bir o‘lchovli o‘ta o‘tkazgich va oddiy metall [2], bundaylarda Majorana fermionlarini qidirish tizimlari eng dolzarb va istiqbolli tizimlardan biriga aylandi. Kitaev taklifi bilan kondensatsiyalangan materiya tizimlari bir qator tizimlarda, masalan, o‘ta o‘tkazgich-topologik izolyator interfeyslari [3-6], yaqinida kelib chiqqan o‘ta o‘tkazuvchanlikdan taxmin qilingan. Shuni ta’kidlash joizki, fundamental fizika uchun katta qiziqish bilan bir qatorda, (MMs) lar kvant hisoblash uchun ham katta qiziqish uyg‘otadi chunki, ularning “non-Abelian” statistikasi [7] tufayli, ular paydo bo‘ladi. Majorana haqidagi nazariy adabiyotlarning ko‘payishi kondensatsiyalangan materiya tizimlarida fermionlarni o‘rganishni bir qator qo‘zg‘atadi. Tegishli tarzda ishlab chiqilgan (MMs)larni tekshirish bo‘yicha eksperimental urinishlar qurilmalarda, tajribalarda kuzatilgan asosiy yo‘nalish quyidagilardan iborat; topologik supero‘tkazgichlar va oddiy metallar o‘rtasidagi ulanishlar bo‘ylab fermionlar harakati ta’sirini aniqlashdir. Afsuski, dastlabki eksperimental natijalardan keyin ma’lumotlarga qaramay, bu erda nima ko‘rish mumkinligi haqidagi savol tug‘iladi.

P-to‘lqinli o‘ta o‘tkazuvchi halqalar o‘zaro ta’sir va mezoskopik s-to‘lqinli supero‘tkazuvchi halqalarda, bunday qiymatlarning afzalligi ikki tomonlama: bir tomondan, u cheklangan tizimda (MMs)larni qayta tiklash imkoniyatini nazarda tutadi, qo‘llaniladigan oqim to‘g‘ri sozlangandan so‘ng (bulardan farqli o‘laroq masalan, Kitaev modelida sodir bo‘ladi, bu erda, qat’iy gapirganda, “haqiqiy” nol energiyali (MMs)lar tiklanadi cheksiz zanjir chegarasida yoki oqim harakati natijasida tizim parametrlarini ijobiy sozlash [2]) va boshqa tarafdan esa, u nazorat ostida amalga oshirilgan (MMs)larga misol bo‘la oladi.

Bizga ma’lumki, nazariy jihatdan, so‘nggi yillarda o‘rganish “kvazi” bir o‘lchovli o‘ta o‘tkazuvchan halqalar olingan samarali maydon nazariyasini tizimli qo‘llash afzalligi ahamiyatlidir [8,9], bu esa ahamiyatsiz effektlarni o‘rganish imkonini berdi, mos ravishda ishlab chiqilgan bir o‘lchovli o‘ta o‘tkazuvchan qurilmalarda paydo bo‘lgan holini bu maqolalardan bilish mumkin [10,11].

Shuning uchun barqarorlikni aniq ta’riflash muhimdir (MMs)lar tartibsizlikka mos kelmaydi. Masalan, ochiq, chekli uzunlik Kitaev zanjiri Gamiltonian ham spin-rotatsion ham vaqtga teskari o‘zgarmaydi. Shuning uchun u D guruhga kiradi Altland-Zirnbauer tomonidan tartibsizliklarning “tenfold way” tasnifi mos keladigan simmetriyalarga nisbatan tizimlar Gamiltonianga bo‘ysunadi. Zanjir o‘zining topologik doirasida bo‘lganda faza, (MMs)larning mavjudligi bilan tavsiflanadi, qo‘shimcha (MMs)lar paydo bo‘ladi.

Asosiy qism

Maqolada biz tartibsiz cheklangan uzunlikdagi to‘lqinli bir o‘lchovli o‘ta o‘tkazuvchanlikda (MMs)larning paydo bo‘lishini muhokama qilamiz. Halqa (PSRs), magnit oqimi Φ bilan teshilgan [biz oqimni kvant birliklarida o‘lchaymiz $\Phi_0^* = hc/2e$].

(MMs)lar orasidagi bog‘lanishlar tufayli tizim uzunligi, ikkita “taxminiy Majorana fermionlariga” (PMFs), ularning energiyalari $\pm\epsilon_0[\Phi]$ nosimmetrik tarzda joylashtirilgan Fermi darajasiga nisbatan [2] aniqlanadi.
Bu ta’riflarga asoslangan holda ochiq chekli uzunlikdagi halqada magnit oqimi Φ ni biz o‘z qiymatlarining kelib chiqishini ko‘ramiz hosil qilamiz va ochiq Kitaev zanjirining xos funksiyalari, bilan bog‘laymiz.

Biz bu qismda Kitaev Gamiltonianning qo‘zg‘alish spektrini tenglamada ko‘rib chiqamiz. (1) tenglamaga e’tibor qaratsak ℓ uzunlikdagi halqa, qismlarini mos qiymatlarda ochiq zanjirda aniqlaymiz. Parametrik jihatdan $H[\Phi]$ ni $\tau = 0$ da, ya’ni H_K ni bir rejimli to‘lqin funksiyasi bo‘yicha ochiq chegara shartlari bilan diagonallaymiz. A umumiy xos rejimi, $\Delta = w$ uchun, energiya E bilan H_K ko‘rinishini oladi

$$\Gamma_E = \sum_{j=1}^{\ell} \{[u_j]^* c_j + [u_j]^* c_j^\dagger\}, \tag{1}$$

To‘lqin funksiyalari bilan u_j, v_j kanonik kommutatsiya munosabatidan olingan tegishli Bogoliubov-de Gennes (BdG) tenglamalarini yechish $[\Gamma_E, E_K] = E\Gamma_E$. Bu tenglamalar tomonidan beriladi

$$Eu_j = -w\{u_{j+1} + u_{j-1}\} - \mu u_j + w\{v_{j+1} - v_{j-1}\},$$

$$Ev_j = -w\{u_{j+1} - u_{j-1}\} + w\{v_{j+1} + v_{j-1}\} + \mu v_j, \tag{2}$$

$1 < j < \ell$ uchun, oxirgi nuqtalarda ($j = 1, \ell$) tenglamalar bunday shaklni oladi

$$Eu_1 = -wu_2 + wv_2 - \mu u_1,$$

$$Ev_1 = -wu_2 + wv_2 + \mu v_1, \tag{3}$$

va

$$Eu_\ell = -wu_{\ell-1} - wv_{\ell-1} - \mu u_\ell,$$

$$Ev_\ell = wu_{\ell-1} + wv_{\ell-1} + \mu v_\ell, \tag{4}$$

Bu tenglamani hosil qilish (2) tenglamaga asoslansak, $1 < j < \ell$ ning yechimi olinadi

$$\begin{bmatrix} u_j \\ v_j \end{bmatrix} = e^{ikj} \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} \tag{5}$$

Tenglamalarda to‘lqin funksiyalarini hosil qilish (5) tenglamalarning yechimi bo‘lsin. (2) tenglama tomonidan berilgan impuls fazosida tenglamalar sistemasi olinadi

$$Eu_k = -[2w\cos(k) + \mu]u_k + 2iw\sin(k)v_k,$$

$$Ev_k = -2iw\sin(k)u_k + [2w\cos(k) + \mu]v(k), \tag{6}$$

chegara shartlarini qo‘llagan holda bu ifodalar bilan to‘ldiriladi

$$u_0 + v_0 = u_{\ell+1} - v_{\ell+1} = 0. \tag{7}$$

Tenglamalardan (6), biz dispersiya munosabatini olamiz ($\mu > 0$ deb faraz qilamiz)

$$E = \pm\sqrt{(2w - \mu)^2 + 8w\mu\cos^2\left(\frac{k}{2}\right)}. \tag{8}$$

Haqiqiy bo‘shliqni Δ_w, $\Delta_w = |2w - \mu|$, sifatida belgilab, tenglama (8) teskari bo‘lishi mumkin, bu esa energiya *E* bilan qo‘zg‘alish momentini beradi

$$\cos\left(\frac{k}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{E^2 - \Delta_w^2}{8w\mu}}. \tag{9}$$

$|E| > \Delta_w$ energiyali yechimlar k ning haqiqiy qiymatiga mos keladi, Ψ ni aniqlagandan so‘ng, ularni ixcham ya’ni soddalashgan shaklda osongina yozish mumkin

$$\cos(\psi) = -\frac{2w\cos(k) + \mu}{E},$$

$$\sin(\psi) = \frac{2w\sin(k)}{E}. \tag{10}$$

Tenglamaga chegara shartlarini qo‘yib (7), natijada ijobiy energiya yechimlari olinadi

$$\begin{bmatrix} u_j \\ v_j \end{bmatrix}_+ = \sqrt{\frac{2}{\ell}} \begin{bmatrix} u_j \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \sin\left(kj + \frac{\psi}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cos\left(kj + \frac{\psi}{2}\right) \end{bmatrix}, \tag{11}$$

Tegishli manfiy energiyali yechimalar esa tenglamadagi yechimga τ^x bilan ta’sir qilish orqali hosil qilinadi, ya’ni (11) tenglama

$$\begin{bmatrix} u_j \\ v_j \end{bmatrix}_- = \tau^x \begin{bmatrix} u_j \\ v_j \end{bmatrix}_+ = \sqrt{\frac{2}{\ell}} \begin{bmatrix} -\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)\cos\left(kj + \frac{\psi}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\psi}{2}\right)\sin\left(kj + \frac{\psi}{2}\right) \end{bmatrix}. \tag{12}$$

k ning ruxsat etilgan qiymatlari uchun umumiy tenglama $j = \ell + 1$ da chegaraviy shart bilan aniqlanadi va bu ko‘rinishda beriladi

$$\sin[k(\ell + 1) + \psi] = 0. \tag{13}$$

Buning o‘rniga shart bilan belgilanadigan *k* ning murakkab qiymatlari uchun PFs tiklanadi ya’ni soddalashtirishdan foydalangan holda

$$\cos\left(\frac{k}{2}\right) = \pm i\sqrt{\frac{\Delta_W^2 - E^2}{8w\mu}}. \tag{14}$$

Bu tenglamani yechish uchun (14), biz zarrachasimon qo‘zg‘alishlar uchun impulsni $k_p = \pi - i\delta$ va teshiksimon qo‘zg‘alishlar uchun $k_h = \pi + i\delta$, sifatida belgilaymiz

$$\delta = 2\sinh^{-1}\left\{\sqrt{\frac{\Delta_W^2 - E^2}{8w\mu}}\right\}. \tag{15}$$

Natijada, energiya $E > 0$ bo‘lgan eng umumiy kichik bo‘shliqning xos funksiyasi bilan berilgan

$$\begin{bmatrix} u_j \\ v_j \end{bmatrix} = c(-1)^j \begin{bmatrix} \cosh\left(\frac{\xi}{2}\right)\left\{\alpha e^{j\delta} + \beta e^{-j\delta}\right\} \\ \sinh\left(\frac{\xi}{2}\right)\left\{\alpha e^{j\delta} - \beta e^{-j\delta}\right\} \end{bmatrix}, \tag{16}$$

bunda ξ tenglamalar orqali aniqlanadi

$$\cosh(\xi) = \frac{2w\cosh(\delta) - \mu}{E},$$

$$\sinh(\xi) = \frac{2w\sinh(\delta)}{E}, \tag{17}$$

Bunda tenglamalardagi chegaraviy shartlar bilan aniqlangan α va β koeffitsientlari (7) tenglamadan ko‘rinib turibdiki, energiya $E > 0$ bo‘lgan holatda, energiya -*E* bilan birga keladi. Tenglamalarda chegaraviy shartlarni qo'yishda (7) ifodadan $\alpha e^{\xi/2} + \beta e^{-\xi/2} = 0$ ekanligini va eng muhimi, *E* ning ruxsat etilgan qiymati shartni qanoatlantirishi kerakligi aniqlanadi.

$$\sinh[\xi - (\ell + 1)\delta] = 0 \Rightarrow \xi(E) = (\ell + 1)\delta(E). \tag{18}$$

Tenglama (18) transsendent tenglama bo‘lib, uning yechimi umumiy holda faqat son bilan olinishi mumkin. Biroq, energiya uchun oddiy taxminiy formulani uzun zanjir chegarasida olish mumkin, bunda energiya δ ning E ga bog‘liqligini e‘tiborsiz qoldirish uchun etarlicha kichik deb taxmin qilish mumkin va shuning uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz

$$\delta(E) \approx \delta_0 = 2\sinh^{-1}\left\{\sqrt{\frac{\Delta_W^2}{8w\mu}}\right\}. \tag{19}$$

Bu ifodani soddalashtiramiz

$$E \sim \{2we^{\delta} - \mu\}e^{-\xi} \approx \{2we^{\delta_0} - \mu\}e^{-(\ell+1)\delta_0}. \tag{20}$$

Umuman olganda, aniq yechimni bilmagan holda ham, tenglama uchun, deb qayd etish orqali past yo‘nalishlar bilan tavsiflangan faza chegarasini aniqlash mumkin. (18) tenglamani qanoatlantirish uchun, $\xi(E)$ haqiqiy bo‘lishi kerak, bu $e^{-\xi(E)} > 0$ ekanligini bildiradi.

$$e^{-\xi(E)} = \frac{2we^{-\delta(E)}-\mu}{E}, \tag{21}$$

Bu esa $\xi(E)$ ning haqiqiy bo‘lishini bildiradi, bu shart bajarilsa agar

$$\frac{2w}{\mu} > e^{\delta(E)} = \frac{\sqrt{(2w+\mu)^2-E^2}+\sqrt{(2w-\mu)^2-E^2}}{\sqrt{(2w+\mu)^2-E^2}-\sqrt{(2w-\mu)^2-E^2}} \geqslant 1. \tag{22}$$

Shuning uchun past o‘lchamli bo‘lgan PMFslarning mavjudligi bilan tavsiflangan faza, hatto cheklangan uzunlikdagi zanjirda ham $\frac{2w}{\mu} > 1$ [2], sharti bilan belgilanadi.

Xulosa: Ushbu maqolada biz paydo bo‘lish va yo‘lni muhokama qilamiz magnit oqimi bilan teshilgan, tartibsiz chekli uzunlikdagi p-to‘lqinli bir o‘lchovli o‘ta o‘tkazuvchi halqada MMslarni zondlash Φ, FP saqlanmagan holatda bo‘lsa. Biz buni isbotlaymiz, tartibsizlik o‘rtacha miqdorini hali ham oqim Φ orqali ifodalash mumkin pastki bo‘shliq rejimlari to‘liq paydo bo‘ladigan Φ_* qiymatida nol energiya, pastki bo‘shliqlar orasidagi daraja kesishmasi tufayli energiya darajalari. $\Phi = \Phi_*$, MMslar tegishli ravishda tiklanadi.
Tekshirish uchun temir yo‘l kesishmasidagi uzilishlarni misol qilib o‘rganib ko‘rishda doimiy oqim $I[\Phi]$ da $\Phi = \Phi_* \sim \pi$ tegishli ravishda bu formuladan foydalanib, biz butun mintaqaning faoliyatini yoki buzulganligini tekshirishimiz mumkin va buni o‘rganmoqdamiz.

Adabiyotlar

1. E. Majorana, Nuovo Cimento14, 171(2008).
2. A. Y. Kitaev, Phys. Usp.44, 131(2001).
3. L. Fu and C. L. Kane, Phys.Rev.Lett.100, 096407(2008).
4. L. Fu and C. L. Kane, Phys.Rev.B79,161408(2009).
5. C. Benjamin and J. K. Pachos, Phys. Rev. B81,085101(2010).
6. J. Nilsson, A. R. Akhmerov, and C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. 101,120403 (2008).
7. C. Nayak, S. H. Simon, A. Stern, M. Freedman, and S. Das Sarma, Rev. Mod. Phys. 80, 1083(2008).
8. D. Giuliano and P. Sodano, Nucl. Phys. B852, 235(2011).
9. M Akramov, K Sabirov, D Matrasulov, H Susanto, S Usanov, O Karpova. “Nonlocal nonlinear Schrödinger equation on metric graphs: A model for generation and transport of parity-time-symmetric nonlocal solitons in networks” Physical Review E 105 (5), 054205 https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=nXwUCG8AAAAJ&citation_for_view=nXwUCG8AAAAJ:u5HHmVD_uO8C
10. S.M. Usanov, M.E. Akramov, Sh.M. Usanov, *“Tarmoqlangan to'lqin o'tkazgichlarda ikkinchi garmonik avlod”* https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=ru&user=nXwUCG8AAAAJ&citation_for_view=nXwUCG8AAAAJ:u-x6o8ySG0sC