



approach, mathematical modeling and programming. The mathematical model of the information system is described and all the characteristics of the IS are given

**Keywords:** information system, model, program, probabilistic-temporal characteristics, process

### **Введение:**

Информационные системы (ИС) являются одним из эффективных средств обработки информации в системах коллективного пользования и широко используются в учрежденческих автоматизированных системах управления, системах автоматизированного проектирования и т.д. Широкое распространение ИС, прежде всего, обусловлено их высокой экономической эффективностью. В бизнесе своевременное обладание необходимой информацией – залог успеха. В условиях быстроменяющегося мира, охваченного социально-экономическими преобразованиями, особое значение имеют вопросы приоритета ценности жизни и личности человека. В центр современной научной картины мира выдвигается человек и его интересы - происходит процесс гуманизации всех областей знания. Обучение математическому моделированию невозможно без привлечения сведений из различных областей знания, поэтому вопросы реализации межпредметных связей математики с остальными учебными предметами играют ведущую роль в этом процессе. Целью исследования является разработка методики обучения математическому моделированию процессов в информационных системах как средству усиления дополнительного математического образования студентов.

Объектом исследования является математическое образование студентов ВУЗа. Предметом исследования является обучение студентов математическому моделированию.

Целенаправленное применение математического моделирования в исследованиях информационных систем позволит усилить гуманитаризацию дополнительного математического образования, что в свою очередь повысит интерес учащихся к математике и программированию.

В соответствии с целью, гипотезой, объектом и предметом исследования были определены следующие частные задачи:

1. Изучить состояние проблемы обучения математическому моделированию и программированию.

2. Провести анализ возможностей математического моделирования информационных систем как средства усиления оптимизации обработки информации в таких системах.

3. Разработать методику обучения математическому моделированию процессов в информационных системах, как средства усиления эффективности обработки информации с использованием современных средств вычислительной техники.

4. Осуществить экспериментальную проверку эффективности использования разработанных методических моделей для проведения занятий математическое моделирование и программирование.

Для решения поставленных задач использовались следующие методы исследований:

- анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования,
- изучение педагогического опыта преподавателей, анализ личного опыта работы в группах различного профиля в качестве учителя программирования,
- педагогический эксперимент;
- проведение открытых уроков и методических семинаров для преподавателей ВУЗов.

Научная новизна исследования состоит в том, что в нем:

- раскрыта значимость математического моделирования и программирования в исследовании процессов в информационных системах;
- разработана структура и содержание дидактических материалов, используемых для обучения математическому моделированию общественных процессов.
- разработана методика организации математических занятий по обучению студентов математическому моделированию процессов в информационных системах (ИС).

Производительность и пропускная способность ИС определяется комплексом системно взаимосвязанных факторов:

- характеристик технических средств (выбором компьютеров и рабочих станций, коммуникационного оборудования, операционных систем рабочих станций, серверов и их конфигураций и т. п.);
- характером распределения и хранения информационных ресурсов;
- режимами доступа в систему;
- организации распределенной обработки информации;
- распределением файлов базы данных по серверам системы;
- организацией распределенного вычислительного процесса;
- защиты, поддержания и восстановления работоспособности в ситуациях сбоев и отказов.

### **Методология исследования**

Исследование характеристик различных режимов доступа и выбор наиболее оптимальных для конкретных режимов функционирования ИС и, соответственно, оптимизации режимов обработки информации при решении заданного класса задач, возможно путём разработки математических моделей этих процессов и организации имитационного моделирования с использованием средств вычислительного эксперимента.

Практический интерес рассматриваемых задач определяются необходимостью разработки программного обеспечения для проектирования,

мониторинга и оптимизации режимов функционирования сложных распределенных ИС.

Определим основные параметры модели массового обслуживания при случайном методе доступа к передающей среде:

$\lambda_i, i=1,k$  – интенсивность заявок, поступающих на обработку от  $i$ -го абонента, характеризует возникновение связи между абонентом « $i$ » и сервером;

$\mu_i, i=1,k$  – интенсивность обработки заявок в ОП $i$ ;

$\mu_{M1}$  – интенсивность обработки заявок в моноканале, поступающих от всех абонентов – обратная величина среднего времени передачи информации по моноканалу;

$1/\mu_{M2}$  – интервал увеличения времени обработки заявки в моноканале за счет возникновения конфликтов (среднее время отсрочки).

Конфликтная ситуация обнаруживается и ликвидируется в течение среднего интервала времени  $1/\mu_{M2}$ . Вероятность наступления конфликта определяется следующим образом:

$$P_{HK} = P(h \geq 3) - N, \quad (1)$$

где  $P(h \geq 3)$  – вероятность нахождения в СМО $_M$  трех или более заявок от всех абонентов;  $N$  – вероятность бесконфликтных ситуаций, когда в системе находятся три и более заявок.

Вероятность того, что в системе находится ровно  $k$  заявок для СМО М/М/1 равна  $p_k = (1 - \rho)\rho^k, k = 0, 1, 2, \dots$

Вероятность того, что в системе имеется по меньшей мере  $k$  требований для СМО М/М/1:

$$P[h \geq k \text{ требований в системе}] = \sum_{i=k}^{\infty} p_i = \sum_{i=k}^{\infty} (1 - \rho)\rho^i = \rho^k,$$

$$\text{где } \rho = \sum_{i=1}^k \rho_i, \quad \rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}.$$

Таким образом, вероятность  $P(h \geq 3)$  определяется на основе модели СМО М/М/1 с учетом того, что на входе имеем суммарный поток от всех абонентов, т.е.  $P(h \geq 3) = \rho^3$ .

### Результаты исследования

Построение математической модели случайного метода доступа ИС с произвольным числом абонентов.

Анализ поведения вероятности бесконфликтных ситуаций в выражении (1) при возрастании числа абонентов « $h$ » показал, что значение  $N$  убывает и при  $h=4$  составляет 3,48%, а при  $h=8$  - 0,46%. Следовательно, при  $h > 4$  значением  $N$  в (1) можно пренебречь и тогда

$$P_{HK} = P(h \geq 3) = \rho^3. \quad (2)$$

При использовании (2) доля коэффициента загрузки в моноканале от  $i$ -го абонента равна:

$$\rho_i = \lambda_i / \mu_{M1} + (\lambda / \mu_{M1})^3 / \mu_{M2}, \quad i = 1, k, \quad (3)$$

где  $\Lambda = \sum_{i=1}^k \lambda_i$  - общая суммарная интенсивность потоков, поступающих на вход моноканала;  $k$  – общее число входящих потоков в моноканал;  $M_{M1}$  – интенсивность обработки заявок всех абонентов в моноканале;  $M_{M2}$  – интенсивность обработки заявок в моноканале в случае возникновения конфликта.

Суммируя по всем элементам  $\rho_i, i=1, k$ , выражение (3) сведем к виду

$$\rho_{MK} = \sum_{i=1}^k \rho_i^{MK} = \frac{1}{M_{M1}} \sum_{i=1}^k \lambda_i + \frac{1}{M_{M2}} \left( \frac{\Lambda}{M_{M1}} \right)^3 \sum_{i=1}^k \lambda_i = \frac{\Lambda}{M_{M1}} + \frac{\Lambda}{M_{M2}} \left( \frac{\Lambda}{M_{M1}} \right)^3. \quad (4)$$

При возникновении конфликта в выражении (4) в главе определено значение  $M_{M2}$ :

$$M_{M2} = 1/ T_{отср}, \quad (5)$$

$$\text{где } T_{отср}(n) = \frac{1-\Omega}{2} \sum_{n=2}^9 [(2^n - 1)\Omega^{n+2}] + 511.5 \sum_{n=10}^{15} (\Omega^{11} - \Omega^{16}); \quad \Omega = \left( \sum_{i \in \text{вх. моноканал}} \lambda_i \right) / M_{M1}$$

На вход каждого абонентского узла поступает поток с интенсивностью  $\lambda_i, i = \overline{1, k}$ , который обрабатывается в абонентской станции с интенсивностью  $\mu_i, i = \overline{1, k}$ , и интенсивностью поступления заявок:

$$\lambda_i^{ex} = \lambda_i + \lambda_i^*, \quad \text{где } \lambda_i^* = \left( \sum_{r=1}^k \lambda_r \right) / (k-1), \quad i = \overline{1, k} \quad (6)$$

ВВХ первой фазы определяются следующим образом:

Плотность распределения вероятностей времени пребывания заявки на фазе:

$$g_i^{1\phi}(t) = (\mu_i - \lambda_i^{ex}) \exp[(\mu_i - \lambda_i^{ex}) t]. \quad (7)$$

Среднее время пребывания заявки на первой фазе:

$$u_i^{-1\phi} = [\mu_i (1 - \lambda_i^{ex}) / \mu_i]^{-1}. \quad (8)$$

Дисперсия времени пребывания заявки на первой фазе:

$$D_{g_i}^{1\phi} = [\mu_i - \lambda_i^{ex}]^{-2}. \quad (9)$$

Плотность распределения вероятностей времени ожидания заявки:

$$f_i^{1\phi}(t) = (\lambda_i^{ex} / \mu_i) (\mu_i - \lambda_i^{ex}) \exp [-(\mu_i - \lambda_i^{ex}) t]. \quad (10)$$

Среднее время ожидания заявки на первой фазе:

$$w_i^{-1\phi} = \frac{1}{\mu_i} \cdot \frac{\lambda_i^{ex} / \mu_i}{1 - \lambda_i^{ex} / \mu_i}. \quad (11)$$

Дисперсия времени ожидания заявки на первой фазе:

$$D_f^{1\phi} = (\lambda_i^{ex} / \mu_i)^2 (\mu_i - \lambda_i^{ex})^{-2}. \quad (12)$$

Распределение вероятностей числа заявок, находящихся на:

$$P_i^{1\phi}(n) = (1 - \lambda_i^{ex} / \mu_1) (\lambda_i^{ex} / \mu_1)^n . \quad (13)$$

Среднее число заявок в первой фазе:

$$\bar{n}_i^{-1\phi} = (\lambda_i^{ex} / \mu_1) (1 - \lambda_i^{ex} / \mu_1) . \quad (14)$$

Дисперсия числа заявок в первой фазе системы:

$$D_{n_i}^{1\phi} = (\lambda_i^{ex} / \mu_1) / (1 - \lambda_i^{ex} / \mu_1)^2 . \quad (15)$$

Распределение вероятностей числа заявок, ожидающих обслуживания:

$$P_i^{*1\phi}(0) = 1 - \lambda_i^{ex} / \mu_1 , P_i^{*1\phi}(n) = [1 - (\lambda_i^{ex} / \mu_1)] (\lambda_i^{ex} / \mu_1)^{n+1} , \text{ при } n \geq 1 . \quad (16)$$

Средняя длина очереди на первой фазе:

$$\bar{U}_i^{1\phi} = (\lambda_i^{ex} / \mu_1)^2 / (1 - \lambda_i^{ex} / \mu_1) . \quad (17)$$

Дисперсия длины очереди заявок:

$$D_{D_i}^{1\phi} = (1 - \lambda_i^{ex} / \mu_1) \sum_{k=1}^{\infty} k^2 / (\lambda_i^{ex} / \mu_1)^{k+1} - (\lambda_i^{ex} / \mu_1)^2 / (1 - \lambda_i^{ex} / \mu_1) . \quad (18)$$

Интенсивность входного потока второй фазы определяется следующим образом:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^k (\lambda_i + \lambda_i^*) + \Lambda_{\text{вовне}} + \Lambda_{\text{извне}} . \quad (19)$$

Среднее время обработки пакета сообщения в моноканале:

$$\tau_{\text{экс}}^{MK} = \frac{1}{\mu_{\text{экс}}^{MK}} = \frac{\rho_{MK}}{\Lambda} , \quad \Lambda = \sum_{i=1}^k \lambda_i , \quad (20)$$

где  $\rho_{MK}$  определён соотношением (4).

Имея в качестве исходных параметров для второй фазы обработки полученные значения « $\Lambda$ » и « $\mu_{MK}^{\text{экс}}$ » и, используя для определения ту же модель массового обслуживания (М/М/1), что и для первой фазы, получим для второй фазы аналогичный набор ВВХ:  $g^{2\delta}(t)$ ,  $\bar{U}^{2\delta}$ ,  $\bar{D}_{g_i}^{2\delta}$ ,  $f^{2\delta}(t)$ ,  $\bar{w}^{2\delta}$ ,  $D_{g_i}^{2\delta}$ ,  $P^{2\delta}(n)$ ,  $\bar{n}^{2\delta}$ ,  $D_{n_i}^{2\delta}$ , где во всех выражениях ВВХ первой фазы  $\mu_1$  меняется на  $\mu_{MK}^{\text{экс}}$ , а  $\lambda_1$  заменяется на  $\Lambda$ .

Для третьей фазы обработки ВВХ определяются на основе все той же модели массового обслуживания М/М/1. В качестве исходных параметров здесь будут  $\Lambda = \sum_{i=1}^k (\lambda_i + \lambda_i^*) + \Lambda_{\text{вовне}}$  и  $\mu^*$ .

По аналогии с ВВХ, полученной на первой и второй фазах обработки, получим набор показателей для третьей фазы.

Поскольку моделью ИС является экспоненциальная система, то интегральные ВВХ для трех фаз маршрута «абонент  $A_i$  – абонент  $A_i$ » определяются следующими соотношениями:

$$\bar{\Pi}_m^{\Sigma}(i, j) = \bar{\Pi}_m^{1\phi}(i) + \bar{\Pi}_m^{2\phi} + \bar{\Pi}_m^{3\phi}(j) \quad (21)$$

- для ВВХ, определяющих средние и дисперсии, где  $\bar{\Pi}_m^{\Sigma}(i, j)$  - интегральный показатель,  $m$  – номер показателя;  $\bar{\Pi}_m^{n\phi}(i)$  -  $m$ -ый показатель  $n$ -ой фазы обработки;

$$\bar{P}_m^\Sigma(i, j) = \bar{P}_m^{1\phi}(i) * \bar{P}_m^{2\phi} * \bar{P}_m^{3\phi}(j) \quad (22)$$

- интегральный показатель для ВВХ, определяющих плотности распределения вероятностей и распределения вероятностей дискретных состояний, где \* - знак композиции.

Определим интегральные показатели для всех трех фаз обработки.

Плотность распределения вероятностей времени пребывания заявки в системе:

$$g_i(t) = g_i^{1\phi}(t) * g_i^{2\phi}(t) * g_i^{3\phi}(t) \quad (23)$$

Среднее время пребывания заявки в системе:

$$\bar{u}_i = u_i^{1\phi} + u_i^{2\phi} + \bar{u}_i^{3\phi} \quad (24)$$

Дисперсия времени пребывания заявки в системе:

$$Dg_i = Dg_i^{1\phi}(t) + Dg_i^{2\phi} + Dg_i^{3\phi} \quad (25)$$

Плотность распределения вероятностей времени ожидания заявки:

$$f_i(t) = f_i^{1\phi}(t) * f_i^{2\phi}(t) * f_i^{3\phi}(t) \quad (26)$$

Среднее время ожидания обслуживания заявки в системе:

$$\bar{w}_i = \bar{w}_i^{1\phi} + w_i^{2\phi} + w_i^{3\phi} \quad (27)$$

Дисперсия времени ожидания обслуживания заявки в системе:

$$Df_i = Df_i^{1\phi} + Df_i^{2\phi} + Df_i^{3\phi} \quad (28)$$

Распределение вероятностей числа обслуживаемых заявок:

$$P_i(n) = P_i^{1\phi}(n) * P_i^{2\phi}(n) * P_i^{3\phi}(n) \quad (29)$$

Среднее число заявок в системе:

$$\bar{n}_i = \bar{n}_i^{1\phi} + \bar{n}_i^{2\phi} + \bar{n}_i^{3\phi} \quad (30)$$

Дисперсия числа заявок в системе:

$$Dn_i = g_i^{1\phi} + g_i^{2\phi} + g_i^{3\phi} \quad (31)$$

Средняя длина очереди:

$$\bar{D}_i = \bar{D}_i^{1\phi} + \bar{D}_i^{2\phi} + D_i^{3\phi} \quad (32)$$

Дисперсия средней длины очереди:

$$D_{D_i} = D_{D_i}^{1\phi} + D_{D_i}^{2\phi} + D_{D_i}^{3\phi} \quad (33)$$

Остальные интегральные ВВХ полностью определены соответствующими выражениями (24), (25), (27)–(33).

Для получения вероятности того, что время доставки информации от абонента «i» к серверу превысит значение  $T_{доп}$ , определяется следующим образом:

$$P_i[t > T_{доп}] = 1 - \int_0^{T_{доп}} g_i(t) dt. \quad (34)$$

Таким образом, мы получили возможность вычислить ВВХ, как для отдельных фаз обработки, так и для типовых маршрутов движения информации.

## Выводы и рекомендации

Описанная методика разработки математических моделей информационных систем позволяет применять ее в педагогической практике при обучении студентов различных специальностей в тех случаях, когда требует обрабатывать большие объёмы информации в ИС. На основе математической модели разработан программный комплекс на языке программирования C++, которых тоже успешно используется в учебном процессе.

### **Список литературы**

1. Информационные технологии и вычислительные системы: Высокопроизводительные вычислительные системы. Математическое моделирование. Методы обработки информации / Под ред. С.В. Емельянова. - М.: Ленанд, 2012. - 100 с.
2. Александров, А.Ю. Математическое моделирование и исследование устойчивости биологических сообществ: Учебное пособие / А.Ю. Александров, А.В. Платонов и др. - СПб.: Лань, 2017. - 320 с.